تخمین کانال در سیستم OFDM توسط فیلترهای وفقی

پروژه درس فیلترهای وفقی دکتر بابایی زاده

در این پروژه تخمین کانال مخابراتی یک سیستم OFDM که از داده های راهنما استفاده می کند، با استفاده روش های مختلف فیلترهای وفقی بررسی شده است. در سیستم OFDM اثر کانال روی هر یک از زیر حامل ها به صورت یک ضریب است و در نتیجه فیلترهای تخمین زننده ضریب کانال هر زیر حامل از درجه یک خواهند بود. در این پروژه انواع فیلترهای وفقی LMS، NLMS، RLS و RLS ingSlid با پارامترهای مختلف برای تخمین کانال بکار برده شده اند و ویژگی های آن ها نظیر سرعت همگرایی، خطای ماندگار و حجم محاسبات بررسی شده است. برای به دست آوردن ضرایب کانال بین داده های راهنما نیز از روش های مختلف درونیابی استفاده شد. برای استفاده آسانتر و کاراتر از برنامه یک رابط گرافیکی GUI در محیط MATLAB برای آن تهیه شد.

معین احمدی ۸۸۰۱۳۰۲۹

بهمن ۱۳۸۸

سیستم OFDM

مقدمه

در چند سال اخیر تقاضا برای خدمات مخابرات سیار به شدت افزایش یافته است لذا برای ارائه خدمات با سرعت مناسب و با قابلیت اطمینان بالا در طول دهه گذشته، مخابرات بی‌سیم پیشرفت‌های زیادی نموده است. این پیشرفت‌ها باعث بوجود آمدن نسل‌های پیشرفته‌تر و ابداع تکنیکهای نوین در سیستم‌های مخابرات بی‌سیم شده است بگونه‌ای که مخابرات سیار از نسل دوم به نسل سوم رسیده و کلیات نسل چهارم نیز ارئه شده است. در این راستا مطالعات زیادی در بهره گیری از تکنیکهای نوین مانند OFDM انجام گرفته است.

شرح کلی سیستم OFDM

OFDM، یک تکنیک عمومی برای ارسال سیگنال روی کانال‌های بی‌سیم می‌باشد. این تکنیک، یک کانال فرکانس‌گزین را به مجموعه‌ای از زیر کانال‌های فرکانسی تخت تبدیل می‌کند که باعث سادگی ساختار گیرنده نیز می‌شود. برای حذف ISI بین بلوک‌های پشت‌سرهم، از افزودن باند محافظ چرخشی[1](CP), بزرگتر از ماکزیمم گسترش تأخیر کانال بهره می‌گیرد و با انتخاب مناسب آن، همسان‌سازی کانال در گیرنده بسیار ساده می‌شود.

هر زیرحامل درOFDM یک سیگنال سینوسی است که فرکانس آنها مضرب صحیحی از یک فرکانس پایه است. شکل موج‌های زیرحامل‌ها در حوزه زمان بر هم عمود هستند، درحالیکه طیف سیگنالهای مربوط به زیر حامل‌های مختلف در حوزه فرکانس با هم همپوشانی دارند، بنابراین از پهنای باند در دسترس به شکل کارآمدتری استفاده می‌شود. در صورتی که تعامد بین زیر کانال‌ها کامل باشد، یعنی

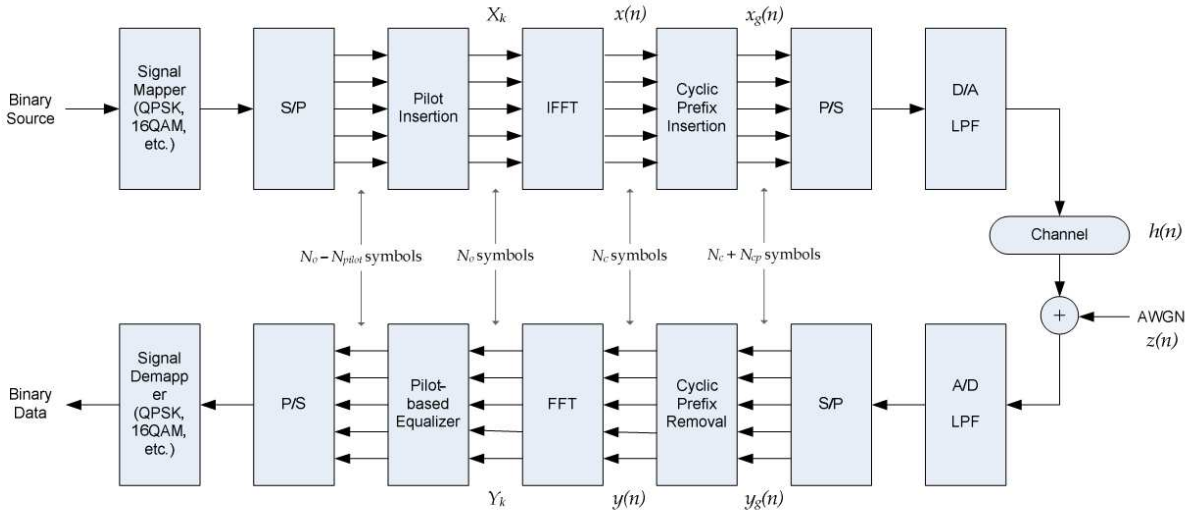
[1] Cyclic prefix

کاملاً بر هم عمود باشند، عملاً تداخل بین کانالی[2] (ICI)، نیز وجود نخواهد داشت.

شکل ۱ بلوک دیاگرام کلی مربوط به یک سیستم فرستنده و گیرنده OFDM را نشان می‌دهد. بطور کلی مراحل زیر جهت اعمال مدولاسیون به زیر حامل‌های OFDM طی می‌شود:

- تبدیل داده دودویی به سمبل‌ها با توجه به نوع مدولاسیون به کار گرفته شده.
- تبدیل رشته سری داده به قطعات موازی با توجه به تعداد زیر حامل‌ها .
- افزودن داده‌های راهنما
- تبدیل هر سمبل به نمایش فاز مختلط .
- تخصیص هر رشته حامل به بخش مربوطه در طیف IFFT .
- گرفتن تبدیل معکوس سریع فوریه (IFFT) از نتیجه حاصله
- تبدیل داده‌های دیجیتال به آنالوگ و ارسال آن در باند میانی

در گیرنده نیز عکس آنچه در فرستنده انجام شد، عمل می‌شود.



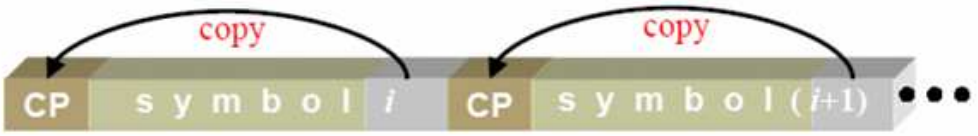
شکل۱- بلوک دیاگرام کلی مربوط به یک سیستم فرستنده و گیرنده OFDM

[2] - Inter carrier interference

- **استفاده از باند محافظ[3] و گسترش دوری[4]**

از مهمترین خواص OFDM، مقاومت در برابر گسترش تأخیر چند مسیره می‌باشد. تقسیم رشته داده ورودی بین N زیر حامل باعث طولانی شدن مدت سمبل می‌شود، یا به عبارتی با تقسیم دنباله وروی به Ns زیر حامل، سرعت ارسال روی هر زیر حامل Ns بار کوچکتر می‌شود که باعث کاهش گسترش تاخیر به همان نسبت می‌گردد. اما از آنجایی که سیگنال OFDM نیز بطور کامل باند محدود نمی‌باشد ، اعوجاج‌های خطی مانند چند مسیرگی، باعث می‌شوند که مقداری از انرژی مربوط به هر زیر کانال به کانال های مجاور، گسترده شده و باعث ایجاد اختلال و تداخل بین سمبلی گردد. یک راه ساده برای حل این مشکل، افزایش دوره سمبل با اضافه نمودن باند محافظ به حدی است تا تداخل مذکور ناچیز گردد. باند محافظ می‌تواند شامل صفر باشد،که در این صورت مشکل ICI[5] پیش آمده و عدم تعامد زیر حاملها را در پی خواهد داشت.

جهت حل مشکل ISI به نحوی که پدیده ICI نیز رخ ندهد، باند محافظ بصورت چرخشی از دوره سمبل ساخته می‌شود. که نمونه‌هایی از انتهای دوره سمبل گرفته می‌شوند و به ابتدای دوره افزوده می‌شوند. ایدهٔ انجام این عمل و علت آن به طبیعت عملیات IFFT/FFT برمی‌گردد، که برای سیگنالهای پریودیک دارای خروجی پریودیک، می‌باشند. شکل ۲ چگونگی افزودن باند محافظ را به سیگنال OFDM نشان می‌دهد.



شکل۲-افزودن باند محافظ به سیگنال OFDM

[3] Guard time
[4] Cyclic expansion
[5] Inter Carrier Interference

تخمین کانال برای سیستم‌های OFDM

اساساً پاسخ ضربهٔ کانال را بصورت یک فیلتر ناشناخته FIR[6] و متغیر با زمان مدل می‌کنند که ضرایب این فیلتر باید تخمین زده شود. در یک سیستم OFDM داده‌های ارسالی روی حاملهای متعامد فرکانسی مدوله می‌شوند، لذا برای آشکارسازی همدوس، باید پاسخ فرکانسی زیر کانالها را تخمین زده و اثرات آن را از نمونه‌های فرکانسی دریافتی حذف کرد. بنابراین می‌توان پاسخ کانال را در حوزه فرکانس برای زیرحاملهای خاصی که به عنوان راهنما در نظر گرفته شده‌اند، محاسبه و از آنها برای تخمین کانال در بقیه زیرکانالها بهره گرفت. بنابراین در عوض تخمین ضرایب فیلتر FIR می‌توان tapهای پاسخ فرکانسی را تخمین زد.

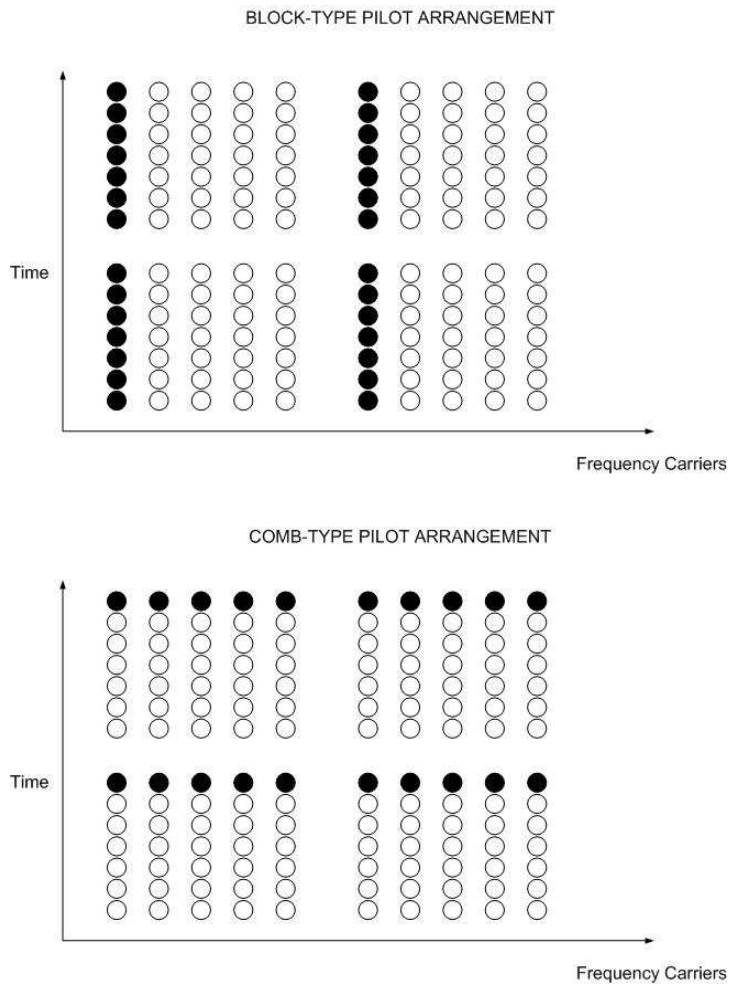
بطور کلی تخمین کانال برای سیستمهای OFDM می‌تواند در دو دسته تخمین کور[7] و تخمین غیر کور[8] دسته‌بندی شود. در تخمین کور نیاز به داشتن رفتار آماری سیگنالهای دریافتی می‌باشد. بنابراین داده‌های زیادی برای این منظور نیاز است. در روش تخمین کور نیازی به دنباله‌های آموزشی ندارد و کانال را فقط از طریق سیگنال دریافتی تخمین می‌زند. در حقیقت برای تخمین از خصوصیات آماری سیگنال دریافتی بهره می‌گیرد.

در تخمین به کمک داده‌های راهنما در تمام یا بخشی از سمبل OFDM، داده‌های راهنما یا Pilot ارسال می‌گردد که توسط فرستنده و گیرنده شناخته شده می‌باشند. بنابراین گیرنده می‌تواند به کمک این داده‌های ارسالی کانال رادیویی را تخمین بزند. چینش این دا ده‌های راهنما می‌تواند در دوبعد زمان یا فرکانس و یا هر دو باشد که به شرایط محیط از نظر نوع فیدینگ بستگی دارد. به عنوان مثال اگر محیط دارای فیدینگ سریع باشد بهتر است که از چینش داده‌های راهنما در حوزه فرکانس بهره گرفت،

[6] Finite Impulse Response
[7] Blind
[8] Non blind

بطوریکه بتوان کانال را به ازای هر بار دریافت سمبل OFDM، تخمین زد و زمانی که محیط دارای فیدینگ کند باشد یا به عبارتی تغیرات کانال کند باشد، در این حالت بهتر است از چینش داده‌های راهنما در حوزه زمان بهره گرفت.

با توجه به مطالب گفته شده می‌توان به دو روش کلی چینش داده‌های راهنما در OFDM اشاره کرد که می‌تواند Block Type و یا Comb Type باشند. روش چینش Block Type برای محیط‌هایی با فیدینگ کند مناسب بود و روش Comb Type در محیط‌هایی با فیدینگ سریع مورد استفاده قرار می-گیرد. شکل زیر روش چینش داده‌های راهنما را بر اساس آنچه گفته شده نشان می‌دهد:



شکل ۳: نحوه تخصیص دا ده‌های راهنما در سمبل OFDM

در ساختار اول که تحت عنوان Block-type شناخته می‌شود، سیگنالهای پایلوت در همه زیرکریرهای یک سمبل OFDM و بصورت دوره‌ای ارسال می‌شود(مطابق شکل). این ساختار برای محیط‌هایی که تغییرات کانال در آنها کم است بکار گرفته می‌شود. به عبارت دیگر استفاده از این ساختار برای کانالهایی با فیدینگ کند توصیه می‌شود.

ساختار دوم که تحت عنوان Comb-type شناخته می‌شود، برای کانالهایی که دارای تغییرات سریعی هستند، معرفی شده است. این تغییرات می‌تواند در حد تغییر از یک سمبل OFDM به سمبل دیگر باشد. همانگونه که از شکل ۳ مشخص است، در این ساختار داده‌های پایلوت در زیرکریرهای مشخصی از هر سمبل OFDM، قرار داده می‌شوند. بنابراین برای تخمین کانال در موقعیت زیرکریرهای دیگر لازم است که از تکنیک‌های درونیابی استفاده شود.

از آنجاییکه هدف ما در این پروژه تخمین کانال در سیستمهای سیار است، و با توجه به توضیحات ارائه شده در فوق، بقیه مطالب این پروژه بر مبنای استفاده از روش Comb-type، طراحی می‌شود.

- **تخمین کانال در موقعیتهای سیگنالهای پایلوت**

همانگونه که در بخش قبل توضیح داده شد، داده‌های باینری اولیه ابتدا با توجه به نوع مدولاسیون بکارگرفته شده به صورت سمبل تبدیل می‌شوند. سپس بعد از آرایش مناسب داده‌های پایلوت در بین داده‌های اصلی در هر سمبل OFDM، دنباله مربوط به این سمبل وارد بخش IDFT می‌شود. در این بخش رشته داده ورودی با طول N، $\{X(k)\}$ به حوزه زمان برده شده و سیگنال $\{x(n)\}$ بصورت زیر تولید می‌شود:

$$x(n) = IDFT\{X(k)\} \qquad n = 0,1,2,\ldots,N-1$$
$$= \sum_{k=0}^{N-1} X(k)\exp(j(2\pi kn/N)) \qquad (۱)$$

که در رابطه (۱)، N، طول IDFT را نشان می‌دهد. بعد از عملیات IDFT، باند محافظ به بلوک OFDM اضافه می‌شود. سمبل حاصله بعد از اضافه شدن باند محافظ را می‌توان بصورت زیر نوشت:

$$x_f(n) = \begin{cases} x(N+n), & n = -N_g, -N_g+1, \ldots, -1 \\ x(n) & n = 0, \ldots\ldots\ldots\ldots, N-1 \end{cases} \qquad (۲)$$

در رابطه فوق N_g، طول باند محافظ را نشان می‌دهد. در ادامه سیگنال ارسالی $x_f(n)$ وارد کانال می-شود. این کانال بصورت کانال فیدینگ که به آن نویز سفید گوسی نیز افزوده شده، مدل می‌شود.

در گیرنده سیگنال دریافتی از کانال بصورت زیر خواهد بود:

$$y_f(n) = x_f(n) \otimes h(n) + w(n) \qquad (۳)$$

در رابطه فوق ، w(n) نویز سفید گوسی(AWGN) بوده و h(n) نشان دهنده پاسخ ضربه کانال است. پاسخ ضربه کانال بصورت زیر مدل می‌شود:

$$h(n) = \sum_{i=0}^{r-1} h_i \exp(j(2\pi/N) f_{D_i} Tn)\, \delta(\lambda - \tau_i) \qquad 0 \le n \le N-1 \qquad (۴)$$

در این رابطه r، تعداد کل مسیرهای انتشاری را نشان می‌دهد. h_i پاسخ ضربه مربوط به مسیر iام را نشان می‌دهد. f_{D_i} میزان شیفت فرکانسی داپلر و λ متغیری است که برای نشان دادن گسترش تاخیر بکار رفته است. همچنین T زمان مربوط به پریود یک سمبل OFDM و τ_i مقدار تاخیر مربوط به مسیر iام را نشان می‌دهد.در گیرنده پس از عبور از بخش تبدیل آنالوگ به دیجیتال A/D، ابتدا باند محافظ برداشته می‌شود:

$$\begin{aligned} & y_f(n) \qquad\qquad for \quad -N_g \le n \le N-1 \\ & y(n) = y_f(n+N_g) \qquad n = 0,1,\ldots\ldots\ldots\ldots, N-1 \end{aligned} \qquad (۵)$$

سپس y(n) از بلوک DFT عبور داده می‌شود:

$$Y(k) = DFT\{y(n)\} \qquad k = 0,1,2,....,N-1$$
$$= \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} y(n)\exp(-j(2\pi kn/N)) \qquad (۶)$$

حال اگر فرض کنیم که بکارگیری باند محافظ باعث حذف کامل تداخل ISI شده است، می‌توانیم Y(k) را بصورت زیر بنویسیم:

$$Y(k) = X(k)H(k) + W(k) \qquad k = 0,1,.....,N-1$$
$$W(k) = DFT\{w(n)\} \qquad (۷)$$
$$H(k) = DFT\{h(n)\}$$

بعد از بلوک DFT، سیگنالهای پایلوت استخراج شده و از روی این سیگنالهای دریافتی و دانستن مقادیر اولیه، کانال تخمین زده می‌شود. در ادامه سمبلهای ارسالی توسط رابطه ساده زیر استخراج می‌شوند:

$$X_e = \frac{Y(k)}{H_e(k)} \qquad k = 0,1,....,N-1 \qquad (۸)$$

و در نهایت پس از عمل دمدولاسیون داده‌های اولیه باینری استخراج می‌شوند.

روشهای تخمین کانال

دو روش برای تخمین کانال در موقعیتهای پایلوت در سیستم OFDM پیشنهاد شده است که عبارتند از:

۱-تخمین به روش MMSE

برای تشریح این روش ابتدا معادله (۷) به فرم ماتریسی زیر می‌نویسیم:

$$Y = XFh + W$$
$$X = diag\{X(0), X(1),..., X(N-1)\}$$
$$Y = [Y(0)Y(1).....Y(N-1)]^T \qquad (۹)$$
$$W = [W(0)W(1)...W(N-1)]^T$$
$$H = [H(0)H(1)...H(N-1)]^T = DFT_N\{h\}$$

دررابطه فوق F معرف ماتریس تبدیل فوریه Nتایی است.

اگر بردار حوزه زمان h، گوسی بوده و با نویز کانال W، ناهمبسته باشد؛ تخمین حوزه فرکانس MMSE مربوط به h توسط رابطه زیر بدست می‌آید:

$$H_{MMSE} = FR_{hY}\, R_{YY}^{-1}\, Y \qquad (۱۰)$$

که در رابطه فوق:

$$\begin{aligned} R_{hY} &= E\{hY\} = R_{hh} F^H X^H \\ R_{YY} &= E\{YY\} = XFR_{hh} F^H X^H + \sigma^2 I_N \end{aligned} \qquad (۱۱)$$

روابط فوق به ترتیب نشان دهنده ماتریس همبستگی متقابل بین h و Y و ماتریس خود همبستگی Y می‌باشند. R_{hh} ماتریس خودهمبستگی h و σ^2 معرف واریانس مربوط به نویز یعنی $E\{|W(k)|^2\}$ است.

۲- تخمین به روش LS

مطابق با روابط ماتریسی بدست آمده در فوق، تخمین LS که در واقع هدف آن مینیمم کردن عبارت $(Y - XFh)^H (Y - XFh)$ است، توسط رابطه زیر بدست می‌آید:

$$H_{LS} = X^{-1} Y \qquad (۱۲)$$

در روش آرایش سیگنالهای پایلوت بصورت Comb-type، معمولاً علیرغم عملکرد بدتر روش LS ولی بدلیل ساده تر بودن آن، روش LS به روش MMSE ترجیح داده می‌شود.

روشهای درونیابی

در روش تخمین کانال بصورت Comb-type، لازم است که از تکنیک درونیابی مناسبی به منظور تخمین کانال در زیرکریرهای مربوط به داده‌های اصلی با توجه به اطلاعات حاصله از زیرکریرهای مربوط به داده‌های پایلوت، استفاده شود.

روشهای مختلفی برای درونیابی در مقالات پیشنهاد شده است که ما در اینجا چند نمونه که در شبیه-سازی‌های خود استفاده کرده‌ایم را ذکر می‌کنیم:

۱- درونیابی خطی

در این روش مقدار کانال در زیرکریر kام که mL<k<(m+1)L ، بصورت زیر درونیابی می‌شود:

$$\begin{aligned} H_e(k) &= H_e(mL+l) \qquad 0 \le l < L \\ &= (H_p(m+1) - H_P(m))\frac{l}{L} + H_p(m) \end{aligned} \tag{۱۳}$$

۲- درونیابی مرتبه ۲

در این روش که نشان داده شده است، عملکرد بهتری نسبت به درونیابی خطی دارد، مقدار کانال توسط روابط زیر درونیابی می‌شود:

$$\begin{aligned} & H_e(k) = H_e(mL+l) \qquad 0 \le l < L \\ & = c_1 H_P(m-1) + c_0 H_P(m) + c_{-1} H_P(m+1) \\ & \begin{cases} c_1 = \dfrac{\alpha(\alpha-1)}{2} \\ c_0 = -(\alpha-1)(\alpha+1) \\ c_{-1} = \dfrac{\alpha(\alpha+1)}{2} \end{cases} \qquad \alpha = \frac{l}{N} \end{aligned} \tag{۱۴}$$

۳-درونیابی به روش spline

در این روش برای عمل درونیابی از روش چند جمله ای استفاده می‌شود و عملکرد بسیار مناسب‌تری از دو روش قبلی دارد. (دستور interp1 در MATLAB روش های درونیابی را انجام می دهد.)

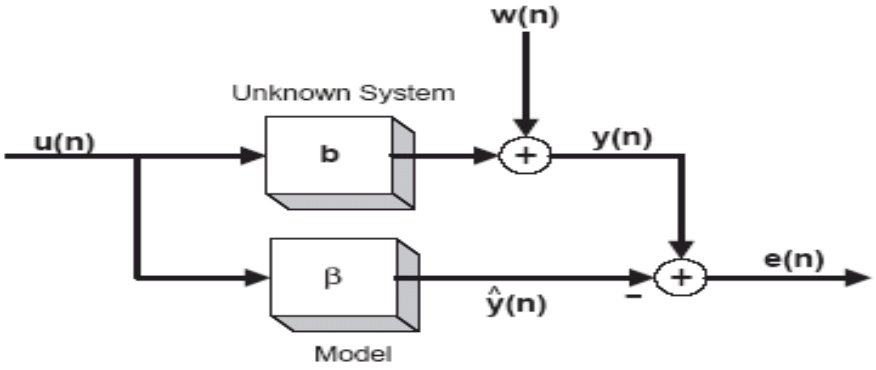
تخمین کانال OFDM توسط فیلترهای وفقی

مقدمه :

برای استفاده از فیلترهای وفقی در تخمین کانال OFDM کلیه مراحل ارسال و دریافت مشابه توضیحات بخش قبل است، فقط در گیرنده به جای استفاده از روشهای LS و MMSE برای تخمین کانال، از فیلترهای وفقی استفاده می‌شود.

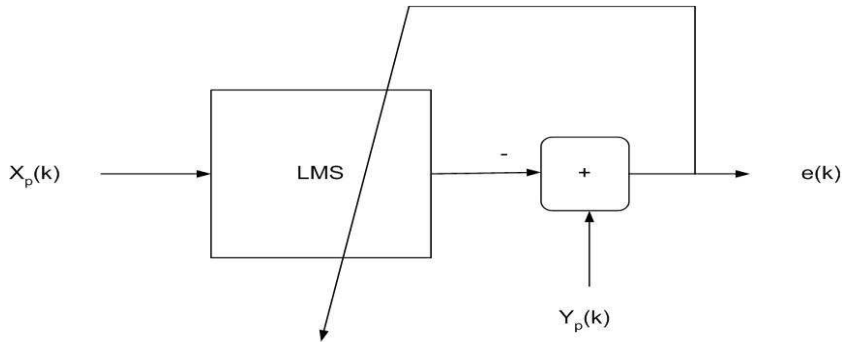
ساختار کلی یک فیلتر وفقی را برای شناسایی پارامترهای یک سیستم ناشناخته که در اینجا همان کانال مخابراتی است در شکل (۴) نشان داده شده است. در این ساختار سیگنال U(n) در واقع همان سیگنالهای پایلوت مربوط به یک سمبل OFDM هستند که هم در فرستنده و هم گیرنده مقدار اولیه آنها مشخص است. این سیگنالهای پایلوت بصورت ترکیب با داده‌های اصلی وارد کانال شده و در گیرنده مطابق با توضیحات بخش قبل سیگنالهای پایلوت که اکنون تحت تاثیر کانال قرار گرفته‌اند مجدداً استخراج می‌شوند.

در این پروژه از روشهای مختلف فیلتر وفقی برای تخمین ضرایب کانال استفاده شده است. در سیستم OFDM تاثیر کانال روی هر زیرحامل به صورت جداگانه است و در نتیجه برای هر زیرحامل پایلوت یک فیلتر وفقی با درجه یک (یک ضریب برای هر زیر حامل) لازم است. چون درجه فیلتر یک است



شکل۴. ساختار کلی فیلتر وفقی برای تخمین مشخصات کانال

روشهای LMS، NLMS، RLS و Sliding RLS را برای تخمین کانال OFDM بررسی می کنیم. به عنوان مثال، ساختار فیلتر وفقی برای روش LMS به صورت شکل (۵) است. در این $X_P(k)$ مقدار سیگنال ارسالی در موقعیت kامین پایلوت است و در گیرنده مشخص است و به عنوان ورودی فیلتر وفقی استفاده میشود و $Y_P(k)$ بیانگر مقدار سیگنال دریافتی در موقعیت kامین پایلوت است و در ساختار فیلتر وفقی نقش سیگنال مطلوب را خواهد داشت. به این ترتیب فیلتر وفقی به روشهای مختلفی مانند LMS، NLMS یا RLS ، مشخصات کانال را تخمین خواهد زد.



شکل۵. ساختار فیلتر وفقی LMS برای تخمین کانال OFDM

تخمین کانال به روش LMS:

در روش LMS ضرایب فیلتر بصورت زیر Update می‌شوند:

$$\begin{aligned} y(n) &= w^H(n).\underline{u}(n) \\ e(n) &= d(n) - y(n) \\ \underline{w}(n+1) &= \underline{w}(n) + \mu\, u(n)\, e^*(n) \end{aligned} \qquad (۱۵)$$

که در شبیه سازی‌های ما خروجی مطلوب درواقع همان مقدار w پس از وارد شدن هر داده جدید است.

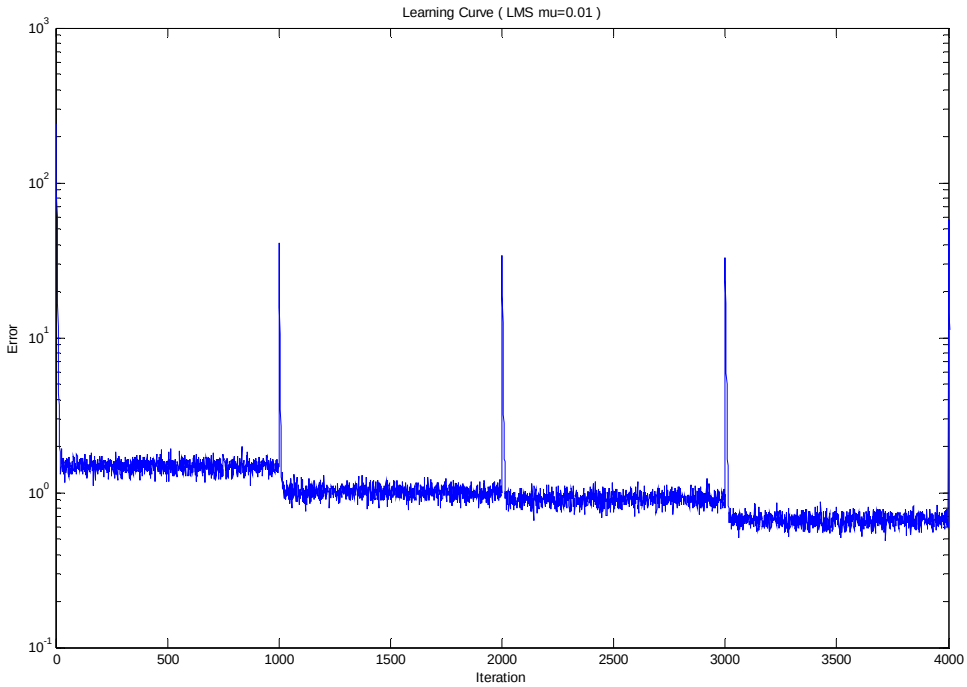
بردار u(n) بردار داده ورودی است که مقدار اولیه سیگنال پایلوت در زیرکریر مورد نظر است. داده‌های مربوط به d(n) نیز همان سیگنال پایلوت بعد از عبور از کانال می‌باشد. از خروجی e(n) نیز در شبیه-سازی برای نشان دادن چگونگی همگرایی و تغییرات منحنی یادگیری الگوریتم استفاده شده است.

نتایج شبیه‌سازی:

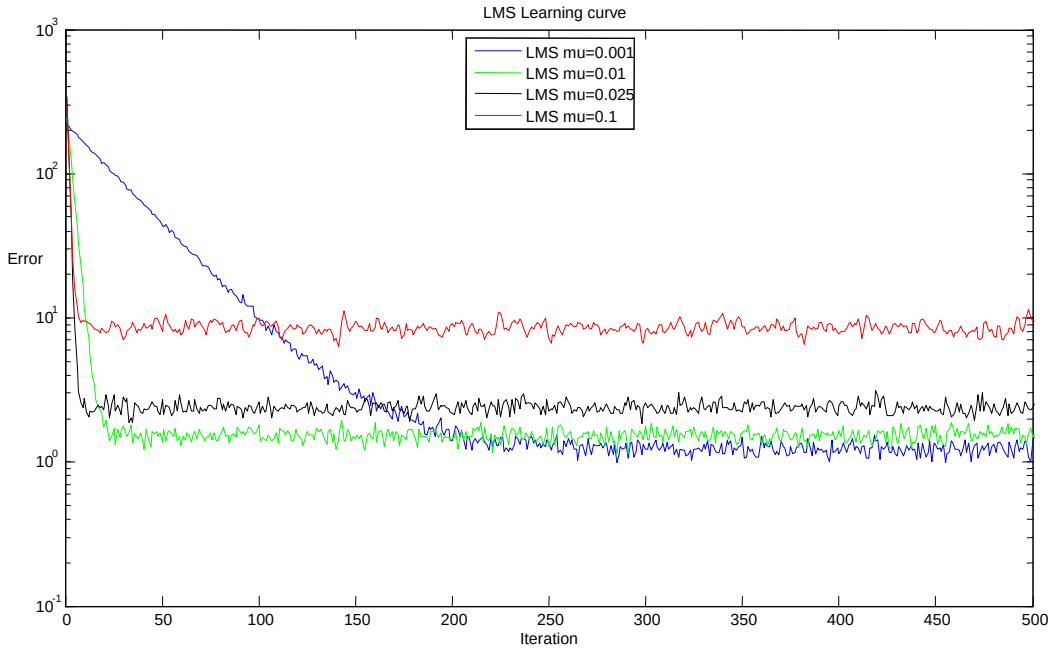
برای بررسی عملکرد الگوریتم LMS یک سیستم OFDM با تعداد زیر حامل ۱۰۲۴ و تعداد داده های راهنمای ۱۲۸ (یک هشتم کل داده ها) در نظر گرفته ایم. نرخ تغییرات کانال 0.001 نرخ سمبلهای OFDM فرض شده است و سیگنال به نویز 15 dB در نظر گرفته شده است.

ابتدا برای نشان دادن چگونگی همگرایی الگوریتم برای داده‌های پایلوت از خطای خروجی الگوریتم استفاده می‌کنیم . منحنی یادگیری شکل (۶) برای تعداد ۴۰۰۰ سمبل OFDM و $\mu = 0.01$ بدست آمده است. چون هر ۱۰۰۰ سمبل کانال تغییر می کند، منحنی یادگیری در مواقع تغییر کانال مقادیر بزرگی را دارد و فیلتر بر کانال جدید تطبیق می یابد. شکل (۷) همین شبیه سازی را برای مقادیر مختلف μ و تعداد ۵۰۰ سمبل OFDM نشان می‌دهد. همانگونه که انتظار می‌رود و از شکلها نیز مشخص است با افزایش μ زمان همگرایی افزایش یافته و بطور متوسط خطای نهایی کاهش می‌یابد و به ازای $\mu = 0.01$ الگوریتم با سرعت خوبی همگرا شده و در ضمن خطای حالت ماندگار پایینی خواهد

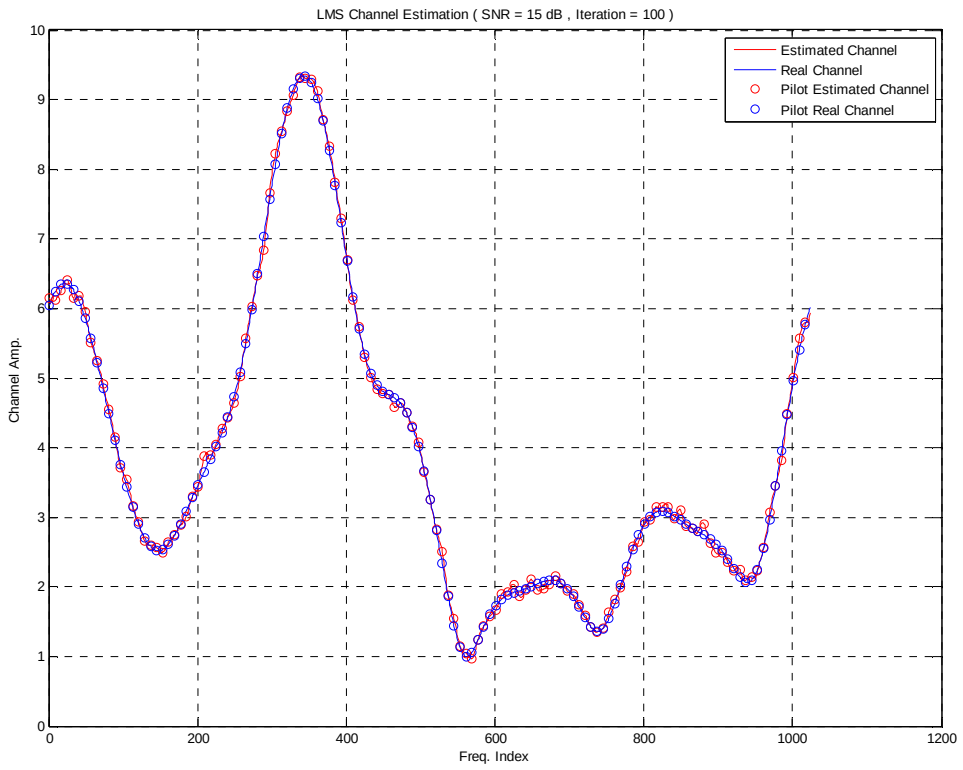
داشت.



شکل ۶. منحنی یادگیری به ازای $\mu = 0.01$



شکل ۷. منحنی یادگیری به ازای مقادیر مختلف μ



شکل ۸. پاسخ فرکانسی کانال اصلی و کانال تخمین زده شده بوسیله الگوریتم LMS

پاسخ فرکانسی کانال اصلی و کانال تخمین زده شده بوسیله الگوریتم LMS در شکل (۸) آورده شده است. چون نسبت تعداد tapهای کانال (۱۰) به تعداد زیرحامل ها (۱۰۲۴ زیر حامل و در نتیجه FFT ۱۰۲۴ نقطه ای) بسیار کم است، پاسخ فرکانسی کانال نیز نسبتا هموار است. همانگونه که در شکل بالا مشاهده می شود تخمین با دقت خوبی صورت پذیرفته است.

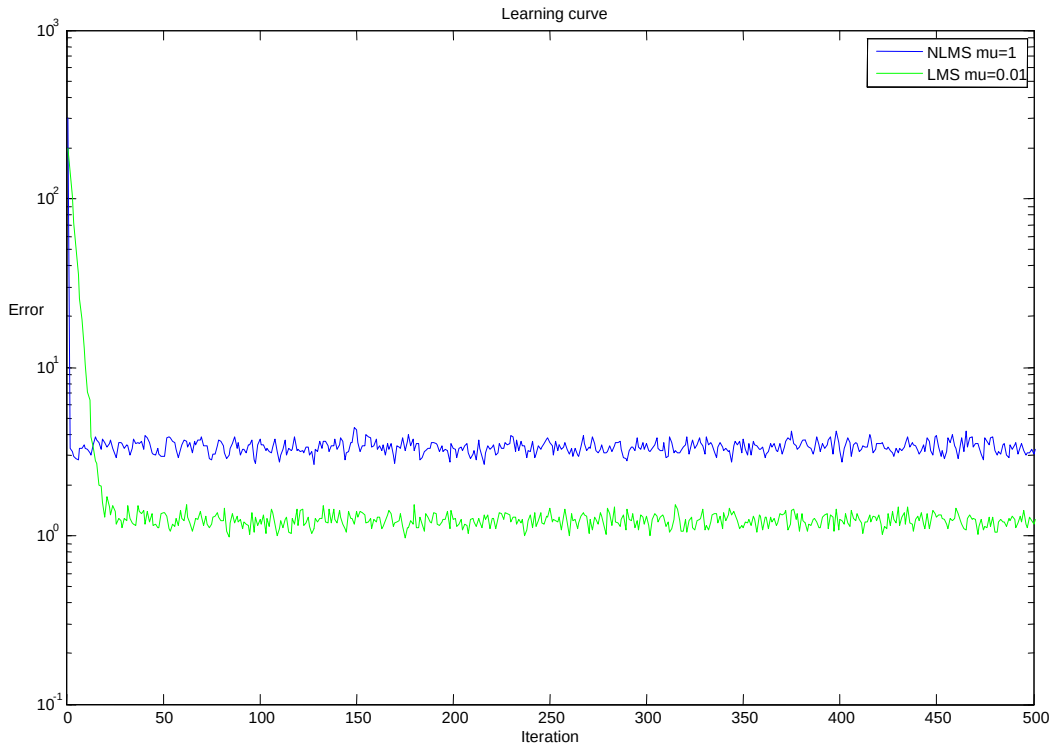
در ادامه برای تحلیل حجم محاسبات الگوریتم از Profiler MATLAB استفاده می کنیم. ۱۰۰۰۰۰ بار اجرای الگوریتم در حدود 1.45 sec با پردازنده CPU Intel I7 860 2.8GHz زمان می برد. لازم

time	calls	line	
		1	function [W,E]=lms_moein(U,d,mu,W)
1.17	100000	2	y = W'*U;
0.02	100000	3	E = d-y;
0.26	100000	4	W = W+mu*U*conj(E);

بذکر است که این زمان تحت مفسر MATLAB است و تنها برای مقایسه کیفی الگوریتم ها قابل استفاده است.

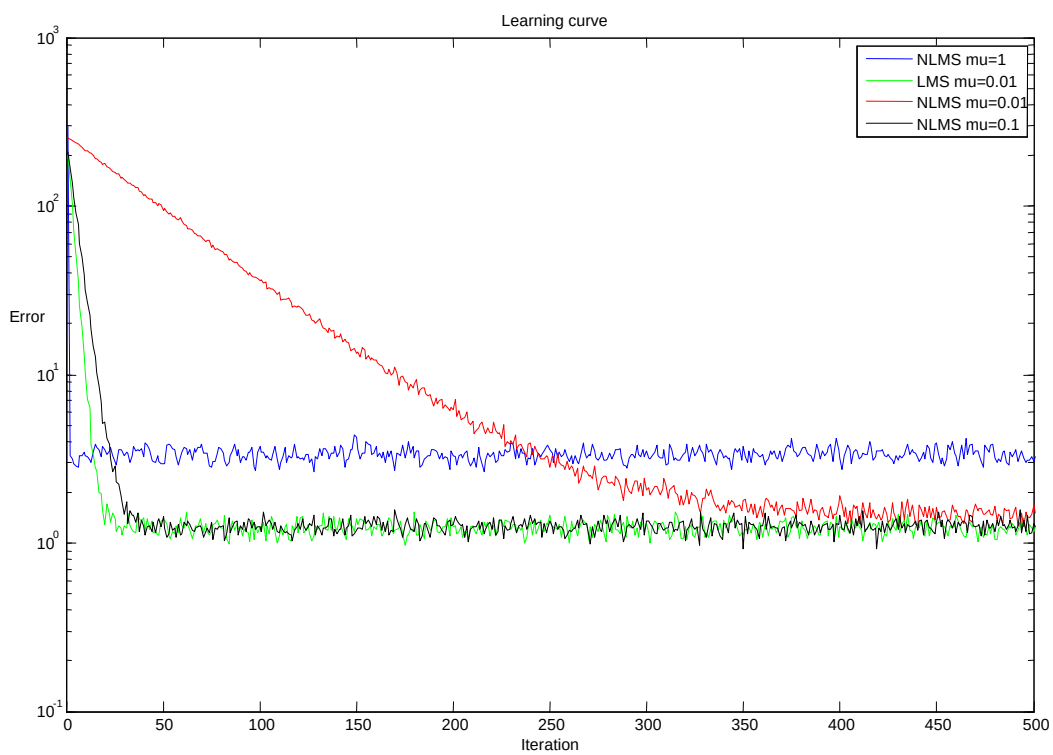
تخمین کانال به روش NLMS:

این الگوریتم همانند LMS است تنها با این تفاوت که در این الگوریتم مقدار $\mu(n)$ متناسب با مقدار ورودی فیلتر تغییر می‌کند. شکل (۹) چگونگی تغییرات منحنی یادگیری را برای الگوریتم NLMS به ازای $\mu = 1$ نشان می‌دهد. این نمودار به ازای ۵۰۰ سمبل OFDM و کانالی با SNR=15dB بدست آمده است. همانگونه که از شکل مشاهده می‌شود سرعت همگرایی این الگوریتم بسیار زیاد است ولی خطای ماندگار زیادی دارد. برای کاهش این خطای ماندگار می توان مقدار ضریب μ را کاهش داد.



شکل ۹. منحنی یادگیری NLMS در مقایسه با LMS به ازای $\mu = 0.01$

شکل (۱۰) منحنی یادگیری NLMS را با ازای μهای مختلف نشان می دهد. با کاهش μسرعت همگرایی الگوریتم کاهش می یابد ولی میزان خطای حالت ماندگار نیز کاهش می یابد. همانگونه که در شکل مشاهده می شود الگوریتم LMS به ازای $\mu = 0.01$ خطای حالت ماندگار تقریبا مساوی با الگوریتم NLMS به ازای $\mu = 0.1$ دارد ولی سرعت همگرایی LMS بهتر است.



شکل ۱۰. منحنی یادگیری NLMS در مقایسه با LMS به ازای $\mu = 0.01$

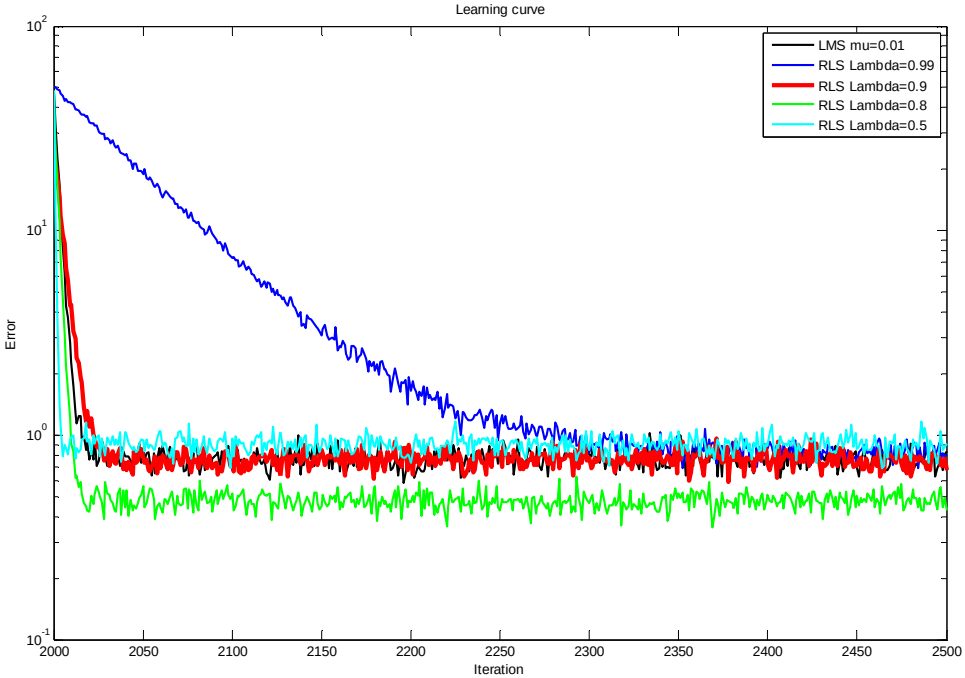
زمان محاسبات الگوریتم NLMS در محیط MATLAB در زیر آورده شده است.

```
time    calls   line
                 1  function [W,E]=nlms_moein(U,d,mu,W)
1.10    100000   2  y          =          W'*U;
0.03    100000   3  E          =          d-y;
0.28    100000   4  W          =          W+mu/(.0001+abs(U)^2)*U*conj(E);
```

تخمین کانال به روش RLS:

در الگوریتم RLS معیار ما least square است و تابع هزینه به صورت تعریف $J(n)=\sum_{i=1}^{n}\lambda^{n-i}\left|e(i)\right|^2$ می شود.که λ همان فاکتور تضعیف دیتاهای قبلی است. نکته‌ای که در مورد الگوریتم RLS وجود دارد چگونگی انتخاب مقدار همین λ است. این نکته از این نظر اهمیت دارد که مقدار λ تعیین کننده سرعت Tracking الگوریتم است. به معنی که در کانالهای مخابرات سیار به دلیل اینکه کانال دائماً در حال تغییر است، لازم است که مقدار λ به نحو مناسبی انتخاب شود که فیلتر قدرت دنبال کردن تغییرات را داشته باشد. به این ترتیب در اینجا مشکل مربوط به انتخاب مقدار مناسب λ نقشی مشابه مشکل انتخاب μ در الگوریتم LMS خواهد بود.

شکل (۱۱) منحنی یادگیری الگوریتم RLS را به ازای ۵۰۰ سمبل OFDM و کانالی با SNR=15dB



شکل ۱۱. منحنی یادگیری RLS به ازای λهای مختلف در مقایسه با LMS به ازای $\mu=0.01$

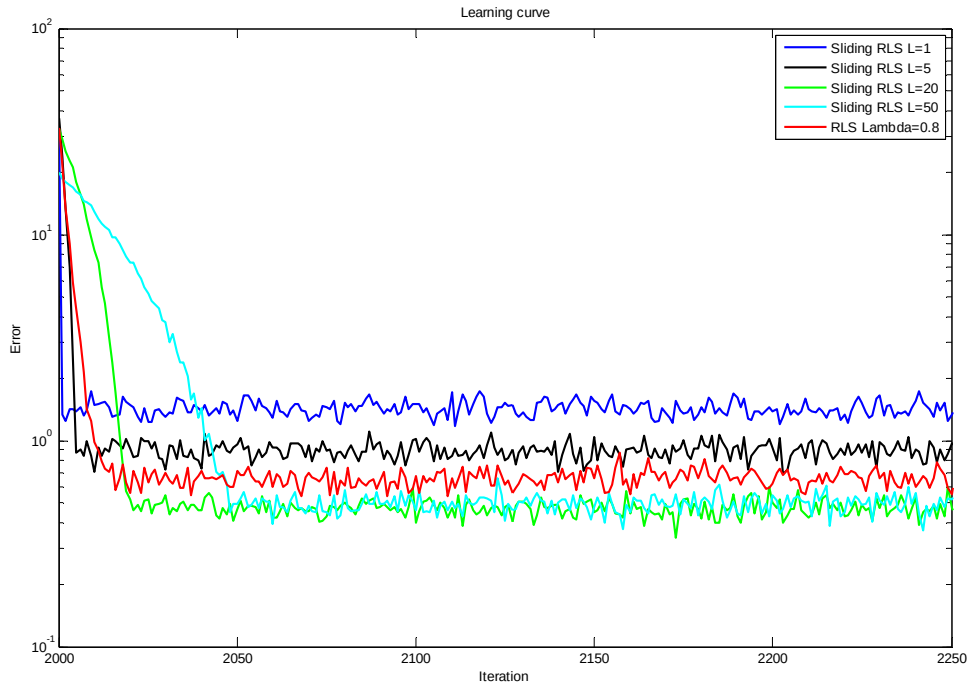
نشان می‌دهد. همانگونه که در شکل مشاهده می‌شود انتخاب λ بالا سرعت همگرایی را بسیار کند می کند و با کاهش زیاد λ نیز خطای حالت ماندگار الگوریتم افزایش می یابد. ولی الگوریتم به ازای $\lambda = 0.8$ عملکرد مناسبی دارد.

زمان محاسبات الگوریتم RLS در محیط MATLAB در زیر آورده شده است:

```
time    calls   line
                 1  function [epRLS,wRLS,P]=rls_moein(U,d,P,wRLS,lambda)
1.28    100000   2  yRLS        =        wRLS'*U;
0.03    100000   3  P_dot_u     =        P*U;
0.76    100000   4  k           =        P_dot_u/(lambda+U'*P_dot_u);
0.02    100000   5  epRLS       =        d-yRLS;
0.02    100000   6  wRLS        =        wRLS+k*conj(epRLS);
1.13    100000   7  P           =        (P-k*U'*P)/lambda;
```

تخمین کانال به روش Sliding RLS:

در الگوریتم Sliding RLS داده های آخرین پنجره Lتایی داده ها در به روز کردن فیلتر تاثیر دارند. برای این کار با ورود داده جدید و تاثیر آن در ضرایب فیلتر، تاثیر داده Lتا قبل از فیلتر حذف می شود. حجم محاسبات این الگوریتم تقریبا دو برابر الگوریتم RLS است ولی در محیط های غیر ایستان عملکرد بهتری دارد. در شکل (۱۲) منحنی یادگیری الگوریتم Sliding RLS را به ازای ۵۰۰ سمبل OFDM و کانالی با SNR=15dB نشان می‌دهد. همانگونه که در شکل مشاهده می‌شود با افزایش L سرعت همگرایی کاهش می یابد ولی خطای حالت ماندگار نیز افزایش می یابد.



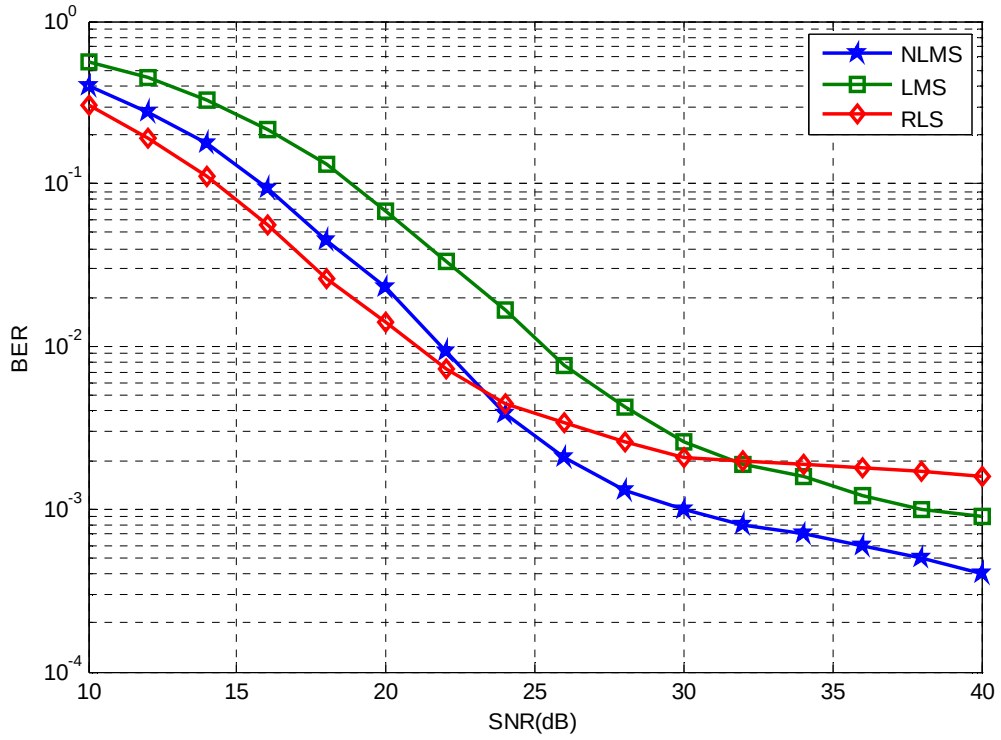
شکل ۱۲. منحنی یادگیری Sliding RLS به ازای L های مختلف در مقایسه با RLS به ازای $\lambda = 0.8$

زمان محاسبات الگوریتم Sliding RLS در محیط MATLAB در زیر آورده شده است. همانطور که مشاهده می شود زمان اجرای این الگوریتم تقریبا ۲ برابر زمان اجرای الگوریتم RLS است و از تمام الگوریتم های دیگر محاسبات بیشتری دارد.

```
time    calls   line
                 1 function [epRLS,wRLS,P]=rls_sliding_moein(U,d,U_L,d_L,P,wRLS)
1.21    100000   2 yRLS          =          wRLS'*U;
0.04    100000   3 P_dot_u       =          P*U;
0.74    100000   4 k             =          P_dot_u/(1+U'*P_dot_u);
0.73    100000   5 P_p           =          P-k*U'*P;
0.02    100000   6 epRLS         =          d-yRLS;
0.06    100000   7 w_p           =          wRLS+k*conj(epRLS);
0.03    100000   8 P_dot_u       =          P_p*U_L;
0.74    100000   9 k_p           =          P_dot_u/(1-U_L'*P_dot_u);
0.74    100000  10 P             =          P_p+k_p*U_L'*P_p;
1.09    100000  11 wRLS          =          w_p-k_p*conj(d_L-w_p'*U_L);
```

مقایسه منحنی احتمال خطای سه الگوریتم LMS، NLMS و RLS

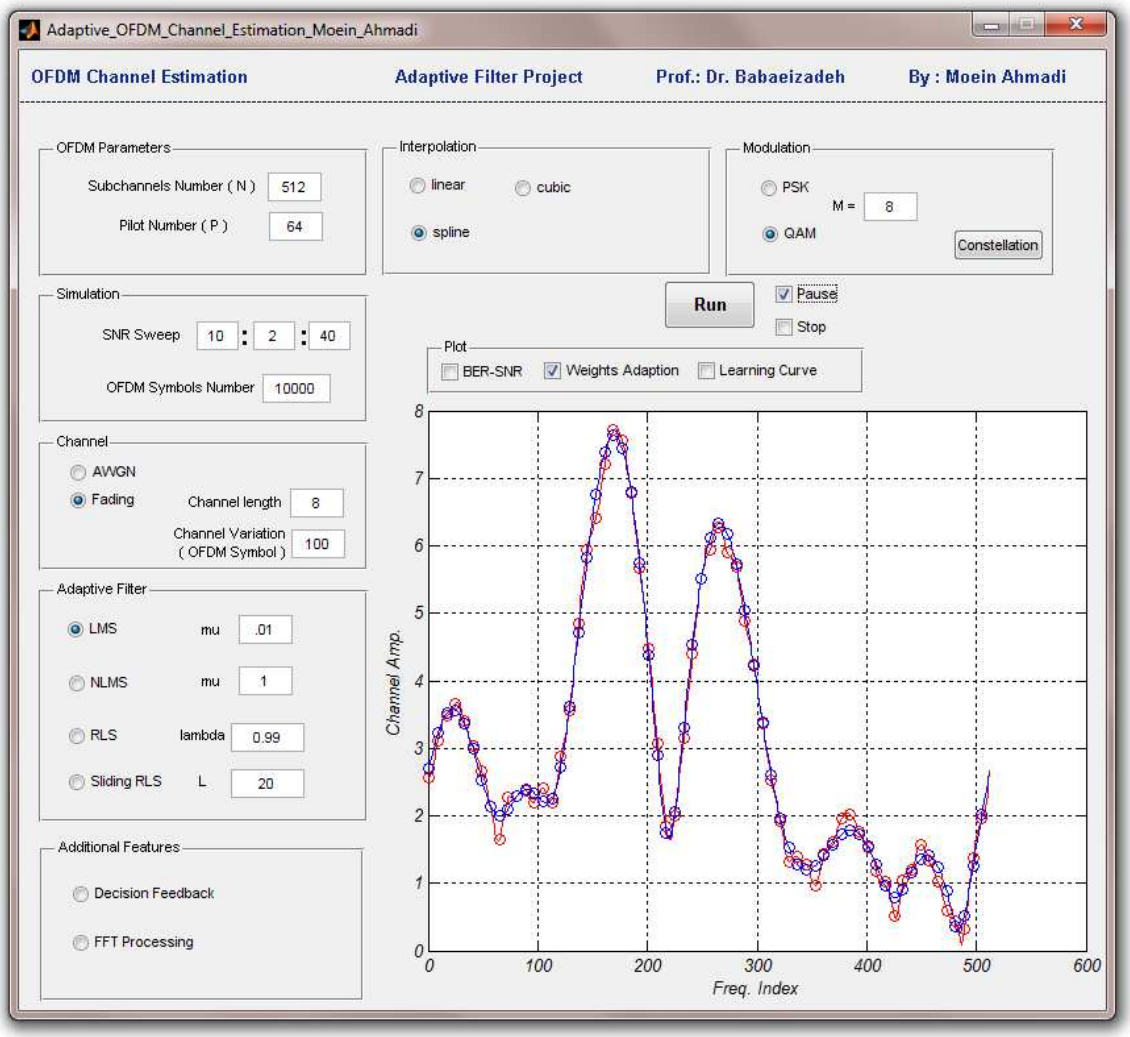
در این قسمت منحنی احتمال خطا بر حسب سیگنال به نویز در سیستم OFDM برای الگوریتم های LMS، NLMS و RLS را که در شکل (۱۳) آورده شده است مقایسه می کنیم. همانگونه که مشاهده می‌شود، در SNRهای پایین (تا 23 dB) الگوریتم RLS عملکرد بهتری دارد و در SNRهای بالاتر الگوریتم NLMS بهتر خواهد بود.



شکل ۱۳. مقایسه عملکرد سه الگوریتم LMS، NLMS و RLS

رابط گرافیکی GUI پروژه

برای استفاده آسان و سریع از برنامه تخمین کانال OFDM، یک رابط کاربرگرافیکی در محیط MATLAB R2009a مطابق شکل (۱۴) طراحی شده است. در این برنامه پارامترهای سیستم OFDM، محدوده SNR، پارمترهای کانال، نوع فیلتر وفقی و پارامترهای آن و همچنین روش درونیابی زیرحاملهای بین پایلوتها قابل تنظیم است.



شکل ۱۴. رابط گرافیکی GUI برنامه تخمین کانال OFDM

نتیجه‌گیری

در این پروژه نحوه عملکرد الگوریتمهای مختلف فیلترهای وفقی برای تخمین کانال OFDM بررسی شد. در جدول های ۱ و ۲ و ۳ الگوریتم های مختلف فیلتر وفقی از نظر سرعت همگرایی و میزان خطای ماندگار و میزان محاسبات مقایسه شده اند.

جدول ۱. مقایسه الگوریتم های فیلتر وفقی از نظر سرعت همگرایی

روش فیلتر وفقی	LMS	NLMS	RLS	Sliding RLS
سرعت همگرایی	با افزا یش μ بهبود می یابد و به ازای $\mu=0.01$ سرعت همگرایی خوبی دارد.	سرعت همگرایی بالایی دارد.	به ازای λ بالا سرعت همگرایی پایینی دارد ولی با کاهش λ سرعت همگرایی بهبود می یابد.	به ازای L=1 با یک تکرار همگرا می شود ولی با افزایش L سرعت همگرایی کاهش می یابد.

جدول ۲. مقایسه الگوریتم های فیلتر وفقی از نظر میزان خطای ماندگار

روش فیلتر وفقی	LMS	NLMS	RLS	Sliding RLS
خطای ماندگار	با کاهش μ بهبود می یابد و به ازای $\mu=0.01$ خطای ماندگار مناسبی دارد.	خطای ماندگار بالایی دارد.	خطای ماندگار پایینی دارد.	خطای ماندگار مناسبی دارد و با افزایش L خطای ماندگار کاهش می یابد.

جدول ۳. مقایسه الگوریتم های فیلتر وفقی از نظر زمان اجرای الگوریتم در محیط MATLAB

روش فیلتر وفقی	LMS	NLMS	RLS	Sliding RLS
زمان اجرای الگوریتم در محیط MATLAB با پردازنده Intel I7 860 2.8GHz	14 میکروثانیه	14 میکروثانیه	32 میکروثانیه	54 میکروثانیه

همانگونه که نتایج شبیه سازی‌ها نشان داد، در SNRهای نسبتا بالاعملکرد الگوریتم NLMS نسبت به دو الگوریتم RLS و LMS بهتر است. همچنین قابل ذکر است که چون برای هر پایلوت از فیلتری با یک Tap استفاده می‌شد، این الگوریتم پیچیدگی زیادی نیز ندارد و از نظر پیاده‌سازی نیز مشکلی ندارد.

منابع:

[1] S. Coleri, M. Ergen, and A. Bahai, “Channel estimation techniques based on pilot arrangement in OFDM systems,” *IEEE Trans. Broadcast.*, vol. 48, pp. 223–229, Sept. 2002.

[2] Yusi Shen and Ed Martinez , “Channel estimation in OFDM systems ” Free scale Semiconductor Application Note 2006.

[3] J. K. Cavers, “An Analysis of Pilot Symbol Assisted Modulation for Rayleigh Fading Channels,” *IEEE Trans. Vehic. Tech*., vol. 40, Nov. 1991, pp. 686–93.

[4] Andrea Goldsmith, “*WIRELESS COMMUNICATIONS*,” Cambridge University Press, 2005.

[5] Y. Zhao and A. Huang, “*A novel channel estimation method for OFDM Mobile Communications Systems based on pilot signals and transform domain processing*,” in Proc. IEEE 47th Vehicular Technology Conf., Phoenix, USA, May 1997, pp. 2089–2093.

[6] A. Jeremic, T. Thomas, and A. Nehorai, “*OFDM channel estimation in the presence of interference*,” in Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Processing, Hong Kong, June 2003.